



الرياضيات المتقدمة

الصف الحادي عشر

الفصل الدراسي الثاني

كتاب النشاط

الوحدة التاسعة

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الطبعة التجريبية 1444هـ - 2022م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

مطبعة جامعة كامبريدج، الرمز البريدي CB2 8BS ، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.

الطبعة التجريبية ٢٠٢٢ م، طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمت مواءمتها من كتاب النشاط – الرياضيات للصف الحادي عشر – من سلسلة Cambridge international AS & A level Mathematics 1، للمؤلفين موريل جايمز، ودين تشالمرز.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توافر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب ومصداقيتها، ولا تؤكد أن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ١٢١ / ٢٠٢٢ واللجان المنبثقة عنه





المغفور له

السلطان قابوس بن سعيد

- طيّب اللّه ثراه -



حضرة صاحب الجلالة

السلطان هيثم بن طارق المعظم

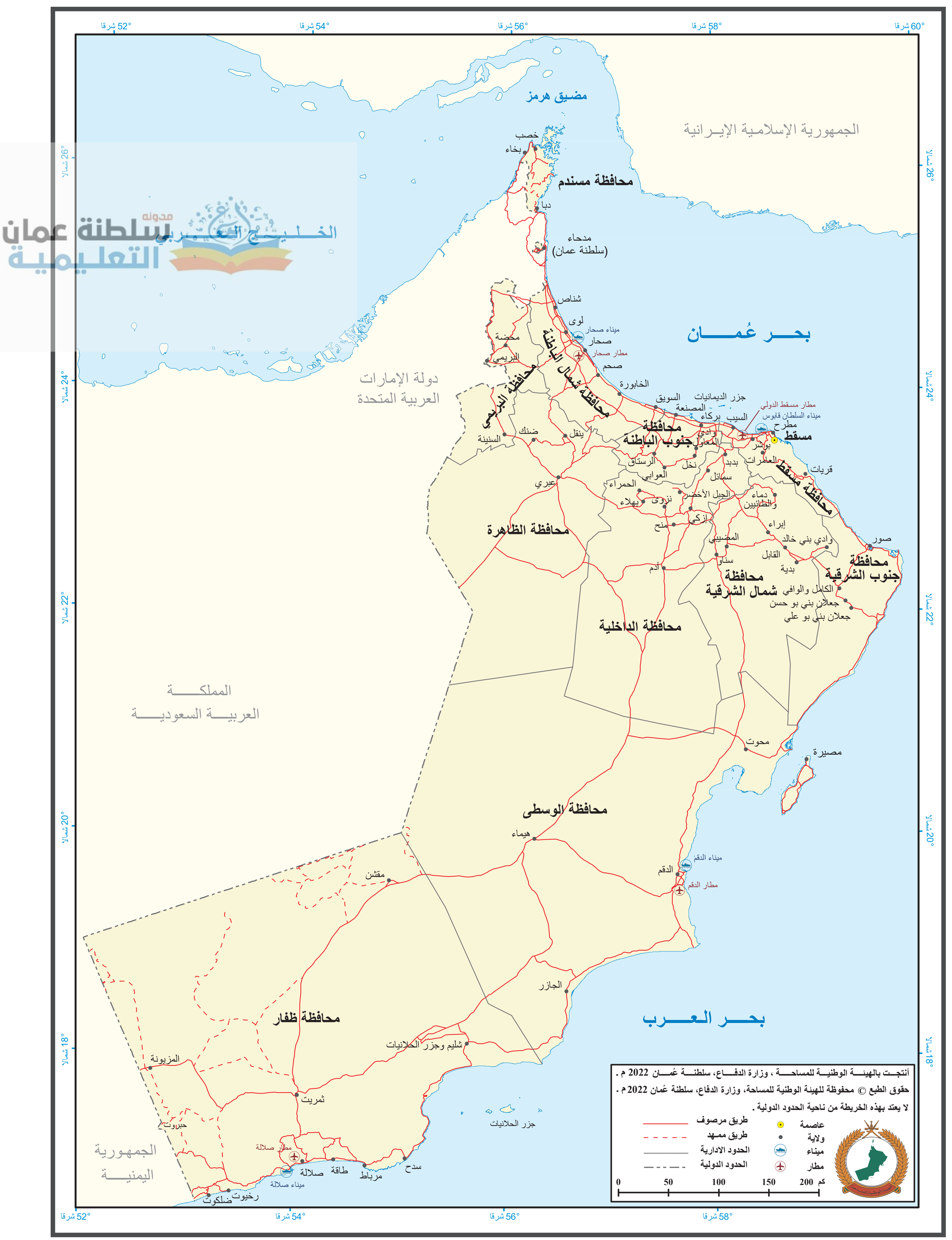
- حفظه الله ورعاه -


مدونه
سلطنة عمان
التعليمية

www.oman-edu.com موقع مدونة سلطنة عمان التعليمية

سلطنـــــة عُمـــــان

(المحافظات والولايات)




مدونه
سلطنة عمان
التعليمية





النَّشيدُ الْوَطَنِيُّ

يا رَبَّنا احْفَظْ لنا جَلالَةَ السُّلْطان
وَالشَّعْبَ في الأَوْطان بِالْعِزِّ والأَمان
وَلْيَدُمْ مؤَيَّدًا عاهِلًا مُمَجَّدًا
بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يا عُمانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبي أَوْفِياءُ مِنْ كِرامِ الْعَرَبِ
فارْتَقي هامَ السَّماء وَامْلَئي الْكَوْنَ ضياء
وَاسْعَدي وَانْعَمي بِالرَّخاء


مدونه
سلطنة عمان
التعليمية

تقديم

الحمد للّه رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين، سيّدنا مُحمَّد، وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد :

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتُلبّي مُتطلّبات المجتمع الحالية، وتطلُّعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المُستجدّات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة؛ بما يؤدّي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية، باعتبارها مكوِّنًا أساسيًّا من مُكوِّنات المنظومة التعليمية، بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة؛ بدءًا من المقرّرات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي. ومن هذا المنطلق اتَّجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطوُّر المُتسارع في هذا المجال، من خلال تبنّي مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتَين المادّتَين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصّي والاستنتاج لدى الطلبة، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافُسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب، بما يحويه من معارف ومهارات وقيَم واتجاهات، جاء مُحقِّقًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد، بما يتضمَّنه من أنشطة وصور ورسوم. وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلُّم الطالب، بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

مُتمنّية لأبنائنا الطلبة النجاح، ولزملائنا المعلّمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مُخلِصة، لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز، تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان هيثم بن طارق المعظم، حفظه اللّه ورعاه.

واللّه ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم


مدونه
سلطنة عمان
التعليمية

المحتويات

كيف تستخدم هذا الكتاب؟

سوف تلاحظ خلال هذا الكتاب ميزات خاصة تم تصميمها لتساعدك على التعلم. يعطي هذا الجزء صورة مختصرة لهذه الميزات.

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

٩–١ تستخدم التباديل والتوافيق في إيجاد الاحتمالات.

٩–٢ تنشئ جدول التوزيع الاحتمالي المتعلق بموقف معيّن يتضمن متغيرًا عشوائيًّا منفصلًا (س).

٩–٣ تحسب التوقع ت(س)، والتباين ع^{2}(س)، والانحراف المعياري ع(س) لمتغير عشوائي منفصل.

الأهداف التعليمية: تدل على المفاهيم المهمة في كل وحدة وتساعدك في تصفح الكتاب بطريقة منهجية.



عند إيجاد مفكوك ما، فإن أي حدّ ثابت (قيمة عددية، حدّ لا يحتوي على س) يكون خاليًا من س

مساعدة: إطارات تتضمن نصائح وإرشادات مفيدة حول محتوى الكتاب.

تمارين مراجعة نهاية الوِحدة التاسعة

١) يقضي مجموعة شباب ليلتهم في مخيم تدريب، أُعطي كل منهم مهمة ينفذها مقابل وجبة فطور مجانية. توجد ١٥ مهمة، يُنفَّذ ٧ منها في الخارج. عُرضت هذه المهام عشوائيًّا على ست إناث وتسعة ذكور. أوجِد احتمال أن يكون أكثر المهام الخارجية قد عُرضت على الإناث.

تمارين مراجعة نهاية الوحدة:

تحتوي مراجعة نهاية الوحدة على أسئلة تحاكي أسئلة الاختبار تغطي جميع الموضوعات في الوحدة. يمكنك استخدام هذه الأسئلة للتحقق من فهمك للموضوعات التي درستها.

توجد في كل وحدة تمارين متعددة تحتوي على أسئلة تدريبية. تم ترميز الأسئلة كالآتي:

- ★ تركز هذه الأسئلة على حل المسائل.
- ★ تركز هذه الأسئلة على البراهين.
- ★ تركز هذه الأسئلة على النمذجة.
- ★ تتضمّن بعض التمارين أسئلة لا ترتبط مباشرة بالهدف التعليمي المحدّد للدرس، وقد تم ترميزها بنجمة صفراء.
- يجب ألّا تستخدم الآلة الحاسبة عند حل هذه الأسئلة.

الوحدة التاسعة
التوزيع الاحتمالي Probability distributions

ستتعلّم في هذه الوحدة كيف:

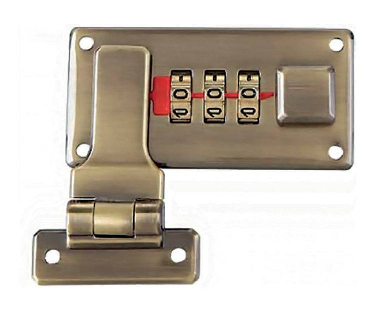
٩-١ تستخدم التباديل والتوافيق في إيجاد الاحتمالات.

٩-٢ تنشئ جدول التوزيع الاحتمالي المتعلق بموقف معيّن يتضمن متغيرًا عشوائيًّا منفصلًا (س).

٩-٣ تحسب التوقع ت(س)، والتباين ع^{٢}(س)، والانحراف المعياري ع(س) لمتغير عشوائي منفصل.

٩-١ استخدام التباديل والتوافيق في الاحتمالات

تمارين ٩-١



١) قفل حقيبة مكوّن من ثلاثة أقراص كل منها مرقم بالأعداد من ٠ إلى ٩، رقم واحد فقط من الثلاثة أرقام الممكنة يفتح الحقيبة. أوجِد احتمال اختيار رقم سري لا يفتح الحقيبة.

٢) اِختير طالبان عشوائيًّا من بين مجموعة مكوّنة من ثلاثة طلاب وطالبتَين لتشكيل فريق ثنائي في تحدي العلوم. أوجِد احتمال أن لا يكون الفريق مكوّنًا من طالبتَين.

٣) اِختير أربعة أحرف مختلفة عشوائيًّا من مجموعة حروف اللغة الإنجليزية التي تتكوّن من ٥ أحرف علة، و ٢١ حرفًا ساكنًا. أوجد احتمال:

أ أن يكون الاختيار مكوّنًا من حرف علة واحد، وثلاثة أحرف ساكنة.

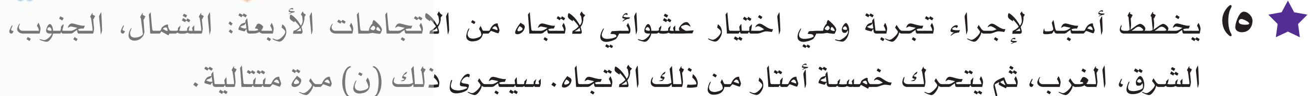
ب أن يكون الاختيار مكوّنًا من حرف علة واحد وثلاثة أحرف ساكنة، بحيث إن حرف العلة لا يقع بين حرفَين ساكنَين.

٤) خمس (O) وأربع (X) كُتبت على شبكة من تسعة مربعات. يبيّن الشكل واحدة من التراتيب الممكنة.

X	O	O
O	X	X
O	O	X

إذا علمت أن جميع (O) و (X) قد كُتبت عشوائيًّا، فأوجِد احتمال أن تشكّل ثلاثة (X) مستقيمًا قطريًّا.





٥) ★ يخطط أمجد لإجراء تجربة وهي اختيار عشوائي لاتجاه من الاتجاهات الأربعة: الشمال، الجنوب، الشرق، الغرب، ثم يتحرك خمسة أمتار من ذلك الاتجاه. سيجري ذلك (ن) مرة متتالية.

الحدث أ: 'ينهي أمجد رحلته من حيث بدأ'.

يدل المقدار $ل_ن(أ)$ على قيمة ل(أ) لقيمة محددة لـ ن

عندما ن = ٢، سيكون هناك $٤^٢$ = ١٦ زوجًا من الاتجاهات التي يمكن أن يختارها أمجد، وأربعة منها مناسبة للحدث أ، وهي شمال جنوب، جنوب شمال، شرق غرب، وغرب شرق.

وعليه يكون: $ل_٢(أ) = \frac{٤}{١٦} = \frac{١}{٤}$

أ ناقش كيفية استخدام التباديل لإيجاد عدد الاختيارات المرغوب فيها حيث ن = ٤، ثم بيّن أن $ل_٤(أ) = \frac{٩}{٦٤}$

ب دوّن قيم $ل_ن(أ)$ لجميع قيم ن من ٠ إلى ٥ حيث القيمتان ٠، ٥ متضمنتان. صف أيَّ نمط تلاحظه في متتالية الاحتمالات.

ج انسخ الجدول الآتي وأكمله حيث يبيّن قيم $ل_ن(أ)$ عندما تكون قيم ن زوجية.

ن	٠	٢	٤	٦	٨	١٠
$ل_ن(أ)$		$\frac{١}{٤}$	$\frac{٩}{٦٤}$			

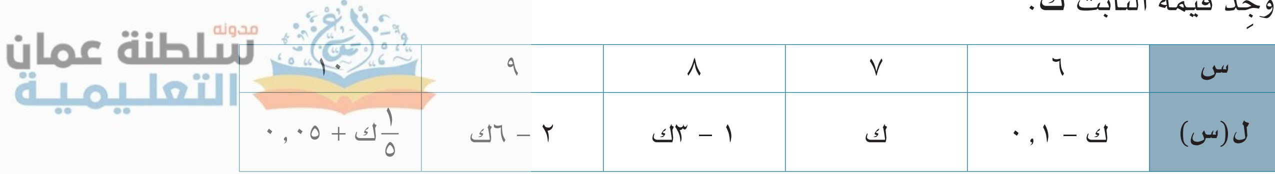
د عبّر عن $ل_{ن+٢}(أ)$ لقيم ن الزوجية بدلالة $ل_ن(أ)$ عندما تكون قيم ن زوجية.

٩-٢ المتغير العشوائي المنفصل (المتقطع)

تمارين ٩-٢

١) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي المنفصل (س) كما في الجدول الآتي:

أوجِد قيمة الثابت **ك**.



س	٦	٧	٨	٩	١٠
ل(س)	ك − ٠,١	ك	١ − ٣ك	٢ − ٦ك	$\frac{١}{٥}$ك + ٠,٠٥

٢) يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ص):

ص	١	١,١	١,٢	١,٣	١,٤	١,٥
ل(ص)	أ	٠,١٤	٠,٢٧	٠,١٨	٠,٠٨	ب

أ) أوجِد قيمة أ + ب.

ب) أوجِد ل (ص > ١,٣) إذا علمت أن أ = ٢ب.

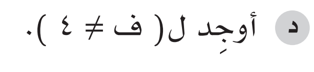
٣) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ف) معطى في الجدول الآتي:

ف	٣	٤	٥	٦	٧
ل(ف)	ك + ٠,٨٠٧٢	٠,٢ − ٢ك	٠,٧٢ك	٠,١ك	ك^{٢}

أ) بيّن أن ك^{٢} − ٠,١٨ك + ٠,٠٠٧٢ = ٠

ب) أوجِد جذرَي المعادلة ك^{٢} − ٠,١٨ك + ٠,٠٠٧٢ = ٠

ج أيّ من حلّي المعادلة ك^{٢} − ٠,١٨ ك + ٠,٠٠٧٢ = ٠ يكون مقبولًا في هذه المسألة؟ أعطِ تبريرًا لإجابتك.

د 
أوجِد ل(ف ≠ ٤).



---

٤) المتغير العشوائي المنفصل (ط) حيث ط ∈ {٢، ٤، ٦، ٨}، ل(ط) = $\frac{ك}{ط}$، أوجِد قيمة الثابت ك، وقيمة ط الأكثر حدوثًا.

---

٥) المتغير العشوائي المنفصل (ق) حيث ق ∈ {١، ٢، ٣، ٥}، وإذا علمت أن ل(ق) = $\frac{١}{٢}$ − ك ق، حيث **ك** عدد ثابت:

أ بيّن أن ك = $\frac{١}{١١}$

ب احسب احتمال أن تكون قيمة ق عاملًا من عوامل ٦

---

٦) يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

س	٤	٥	٦	٧	٨
ل(س)	٠,٣	٠,٣٤	٠,١٨	٠,١٢	٠,٠٦

أوجِد قيمة ل(٥ < س ≤ ٨).

---

٧) في يومَين من كل أسبوع، تستضيف فاطمة واحدة من صديقاتها الثلاث، احتمال أن تستضيف نوال في أيّ يوم يساوي ٠,٤ بينما فرصة استضافة بدرية وهند متساوية.

أ أوجِد احتمال أن لا تستضيف هند في أيّ يوم في الأسبوع.

ب كوّن جدول توزيع احتمالي للمتغير أ الذي يمثل 'عدد الأيام في أيّ أسبوع تستضيف فاطمة صديقتها نوال'.

٨) قرص منتظم مقسم إلى خمسة أجزاء مرقمة ١، ٢، ٣، ٤، ٥، دُوِّر ثلاث مرات وعرِّف المتغير العشوائي (س) 'عدد مرات ظهور عدد فردي'.

أ بيّن أن ل(س = ١) = $\frac{٣٦}{١٢٥}$

ب أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س).

ج أوجِد قيمة $\frac{\text{ل(س = ٢)}}{\text{ل(س = ٣)}}$

٩-٣ القيمة المتوقعة والتباين للمتغير العشوائي المنفصل

تمارين ٩-٣

١) لوحة مفاتيح تتألف من عشرة أزرار كل زر يمثّل رقمًا واحدًا من ٠ إلى ٩، طُلب إلى فتاة أن تختار عشوائيًّا زرًا وتنقره. أوجِد القيمة المتوقعة للاختيار.



٢) قرص منتظم له ثلاثة أجزاء مرقمة ١، ٥، أ وقرص آخر منتظم له ثلاثة أجزاء مرقمة ٢، ٦، ب

أ أوجِد قيم أ ، ب إذا علمت أن القيمة المتوقعة لأعداد القرصَين هو ٥، ٦ على الترتيب.

ب دُوِّر كل قرص مرة واحدة وجُمع العددان اللذان يقف عندهما المؤشران لنحصل على قيم المتغير (ط).

١) أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (ط).

٢) استخدم الجدول لتجد ت(ط) ، ع^{٢}(ط).

٣) أوجِد احتمال أن تكون قيمة ط عددًا زوجيًّا.

٣) صندوق يحتوي على أربع قطع بسكويت سادة وحبّتَي بسكويت بالشكولاتة. اِختيرت حبّتا بسكويت عشوائيًّا من الصندوق دون إعادة.

بيّن أن احتمال اختيار حبّتَي بسكويت بالشكولاتة يساوي $\frac{١}{١٥}$

٤) الجدول الآتي يمثّل التوزيع الاحتمالي للمتغير (ر):

ر	٢٧	٣٣	أ	٥٧
ل(ر)	٠,٢	٠,٣	٠,٤	٠,١

إذا علمت أن ت (ر) = ٣٨,٢، فأوجِد قيمة أ، واحسب $ع^٢$ (ر).



٥) متسابقان، أحدهما عدّاء والآخر يجتاز الحواجز، كل منهما شارك في سباقَين لهذا الشهر. فإذا كانت فرصة فوز العدّاء ٤٠٪، وفرصة فوز الآخر ٧٠٪

أ أنشئ جدول توزيع احتمالي لكل من المتغيرَين: (ع) يمثل 'عدد السباقات التي فاز فيها العدّاء'، (ح) يمثل 'عدد السباقات التي فاز فيها الذي يجتاز الحواجز' لهذا الشهر.

ب المتغير العشوائي (س) يمثل 'مجموع السباقات التي فاز فيها العدّاء والذي يجتاز الحواجز' استخدم الجدولَين في الجزئية أ لتبيّن أن ل(س = ١) = ٠,١٩٤٤

ج أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س).

د تحقق من أن: ت(س) = ت(ع) + ت(ح)

هـ بيّن أنه يمكن حساب ت(س) دون استخدام أي جدول توزيع احتمالي.

★ ٦) مجموعة مكونة من ولَدين و٨ بنات، اختير ستة أطفال منهم عشوائيًّا:

أ أنشئ جدول توزيع احتمالي للمتغير (س) الذي يمثل 'عدد الأولاد المختارين'.

ب أُضيف **ك** بنتًا إلى مجموعة العشرة أطفال. ثم اختير ستة أطفال عشوائيًا. لجميع قيم ك، كانت نسبة احتمال ألّا يُختار ولد، اختيار ولد واحد، اختيار ولدَين هي:

(ك + ٤)(ك + ٣) ، ف(ك + ٤) ، ق، حيث ف، ق عددَين ثابتَين.

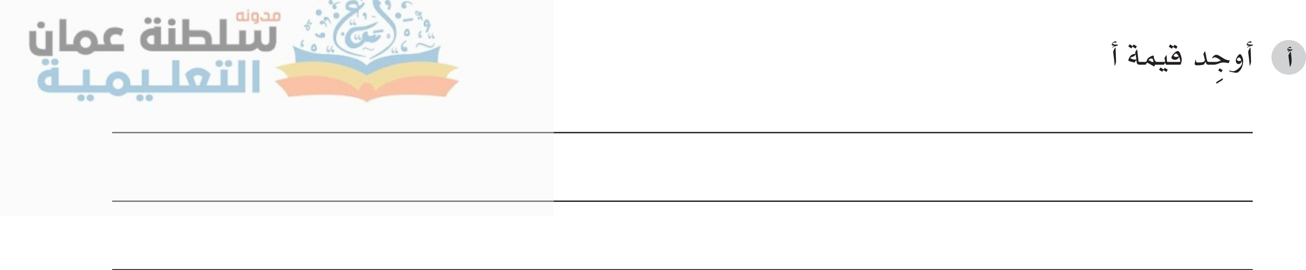
١) أوجِد قيمة كلٍّ من ف، ق

٢) بيّن أنه عندما ك = ٦ فإن احتمال اختيار ولد واحد هو ٠,٥

٣) أوجِد قيمة ك عندما يكون احتمال (ألّا يُختار ولد) = ٠,٥

٧) في صندوق ما ١٤ رمزًا تذكاريًّا. ثمانية منها سعر الرمز الواحد ٥ ريالات عُمانية، وأربعة منها سعر الرمز الواحد ٣ ريالات عُمانية، واثنان منها سعر الرمز الواحد ريال عُماني واحد. اختار خالد أربعة رموز عشوائيًّا. يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي لمجموع أسعار الرموز التي اختارها:

الأسعار بالريال العُماني	أ	أ + ٢	أ + ٤	أ + ٦	أ + ٨	أ + ١٠	أ + ١٢
الاحتمال	(ك − ٩٩٥) / ك	٤٠ / ك	١٢٥ / ك	٢٥٦ / ك	٢٨٠ / ك	٢٢٤ / ك	٧٠ / ك



أ أوجِد قيمة أ

ب احسب قيمة **ك**، وأوجد القيمة المتوقعة لمجموع قيم الرموز الأربعة التي اختارها خالد، مقرّبًا الإجابة إلى أقرب بيسة.

تمارين مراجعة نهاية الوِحدة التاسعة

١) يقضي مجموعة شباب ليلتهم في مخيم تدريب، أُعطي كل منهم مهمة ينفذها مقابل وجبة فطور مجانية. توجد ١٥ مهمة، يُنفَّذ ٧ منها في الخارج. عُرضت هذه المهام عشوائيًّا على ست إناث وتسعة ذكور. أوجِد احتمال أن يكون أكثر المهام الخارجية قد عُرضت على الإناث.



٢) الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	١ − ٢ك	٢ − ٤ك	٣ − ٦ك	٤ − ٨ك

أ أوجِد قيمة الثابت **ك**.

ب بيّن أن ت(س) = ٢

ج أوجِد ع^{٢}(س).

٣) يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ح):

ح	٠	١	٢	٣
ل(ح)	٦م	٢م	٣م	٤م

أ أوجِد قيم م.

ب أوجِد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للمتغير (ح).



٤) المتغير العشوائي المتقطع (ص)، حيث ص ∈ {أ، أ + ٢، أ + ٤، أ + ٦}. إذا علمت أن ل(ص) = ك ص، حيث **ك** ثابت.

أ عبّر عن **ك** بدلالة أ.

ب أوجِد ت(ص) عندما أ = ٥

٥) احتمال ظهور صورة عندما تُرمى قطعة نقود معدنية هو م. رُميت قطعة النقود مرّتَين والمتغير العشوائي المتقطع (ح) هو 'عدد الصور التي ظهرت'. الجدول الآتي يمثل التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ح):

ح	٠	١	٢
ل(ح)	$(١ - م)^٢$	٢م(١ - م)	$م^٢$

أ عبّر عن ت(ح) بدلالة م.

ب أثبت أن $ع^{٢}(ح) = ٢م(١ - م)$.



٦) في حقيبة سبع كرات مرقمة بالأرقام من ٢ إلى ٨، المتغير العشوائي (س) هو 'عدد الكرات المختارة التي رقمها عدد زوجي' عند اختيار كرتَين عشوائيًّا من الحقيبة.

أ أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س).

ب أوجِد كلًّا من: ت(س) ، $ع^{٢}(س)$.

ج إذا علمت أن المتغير العشوائي (ص) هو 'عدد الكرات المختارة المرقمة بأرقام فردية'. بيّن أن ت(س)، ت(ص) مختلفان، علمًا بأن $ع^{٢}(س) = ع^{٢}(ص)$.

٧) صندوقان يوجد في كل منهما ٣ أصابع حلوى بالشوكولاتة، و٤ أصابع حلوى بالفواكه. اختارت مريم عشوائيًّا إصبع حلوى من أحد الصندوقَين وأكلته. ثم وضعت جميع أصابع الحلوى في حقيبة أهدتها إلى صديقتها. اختارت الصديقة إصبعَي حلوى من الحقيبة عشوائيًّا.

ليكن المتغير العشوائي (س) هو 'عدد أصابع الحلوى بالفواكه' التي اختارتها صديقة مريم.

أ بيّن أن ل(س = ٠) = $\frac{١٥}{٩١}$

ب أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س).



ج أوجِد تباين (س).